



“EL SÍ DE LA FAMILIA MARIANISTA”

## **Guía de Aprendizaje N° 3 Matemáticas II° MEDIO A Y B** **ACTIVIDAD PORTAFOLIO 3**

**Objetivo de Aprendizaje:** Reconocen figuras semejantes explicando sus propiedades y aplicándolas en la demostración del teorema de Euclides.

**Tema:** Teorema de Euclides

### **Instrucciones:**

En esta guía encontraras el desarrollo del Teorema de Euclides y algunas de sus aplicaciones. Su estructura implica los siguientes pasos.

- Leer comprensivamente la explicación de cada uno de los teoremas junto a los ejemplos. Puedes revisar en internet posibilidades de videos que explican el teorema Algunos enlaces que te pueden servir para entender el teorema.

<https://www.youtube.com/watch?reload=9&v=CC3aTvJkCl8>

<https://www.youtube.com/watch?v=HnsRVw4p-38>

- Desarrollar los ejercicios propuestos en hojas cuadrículadas en el mismo orden en que están planteados para luego adjuntar a nuestro “portafolio” como **tercera Actividad**.

**Evaluación:** Al volver a clases les pido presentar su trabajo en el formato que les expliqué. Una carpeta con el trabajo adjunto para su revisión y calificación.

## Teorema de Euclides

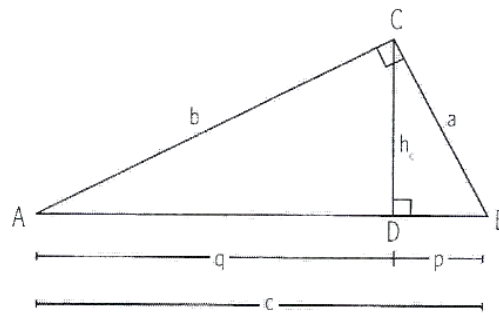
En todo **triángulo rectángulo**, la altura correspondiente a la hipotenusa divide al triángulo en dos triángulos que son semejantes entre sí y semejantes al triángulo original.

En otras palabras, sea el triángulo ABC rectángulo en C, con  $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ ,  $CD = h_c$ , y además **p** y **q** corresponden a las medidas de las proyecciones perpendiculares de los catetos sobre la hipotenusa, cuyas medidas son **a** y **b**, respectivamente.

Se verifica que:

$$\triangle ABC \sim \triangle ACD \sim \triangle CBD$$

y se cumple que  $c = p + q$



### ■ Teorema de Euclides referente a la altura

En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la medida de la altura correspondiente a la hipotenusa es igual al producto de las medidas de las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa.

$$h_c^2 = p \cdot q$$

### ■ Teorema de Euclides referente a los catetos

En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la medida de un cateto es igual al producto de la medida de la hipotenusa por la medida de la proyección del cateto sobre la hipotenusa.

$$a^2 = c \cdot p$$

$$b^2 = c \cdot q$$

### Actividades resueltas

1. En la figura, ABC es un triángulo rectángulo en C. ¿Cuál es el valor de c?

Se sabe que  $h_c = 12$  cm y  $DB = 9$  cm. De acuerdo con el teorema de Euclides referente a la altura, se tiene:

$$h_c^2 = AD \cdot DB$$

$$h_c^2 = AD \cdot 9$$

Remplazando, se obtiene:

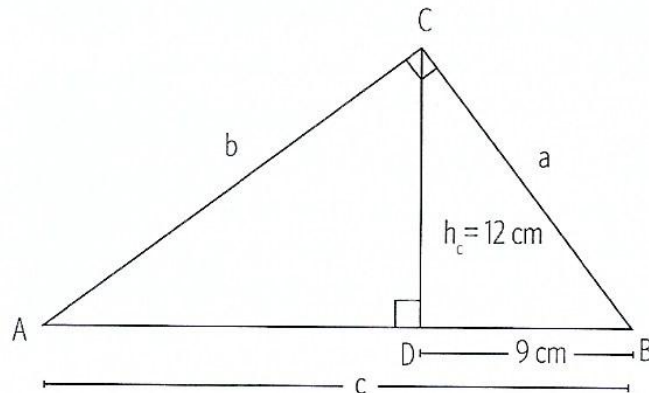
$$144 = AD \cdot 9$$

$$AD = \frac{144}{9} \text{ cm} = 16 \text{ cm}$$

Además,  $c = AD + DB$ ; por lo tanto:

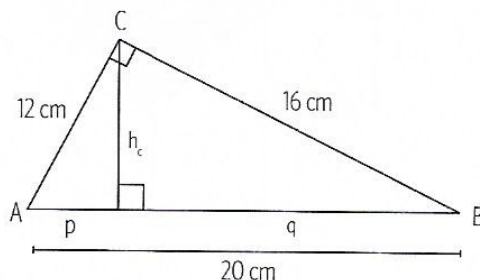
$$c = AD + DB = 16 \text{ cm} + 9 \text{ cm} = 25 \text{ cm}$$

Finalmente,  $c = 25$  cm.



2. En un triángulo ABC, rectángulo en C,  $AB = 20$  cm,  $BC = 16$  cm y  $AC = 12$  cm. ¿Cuál es la longitud de la altura y de las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa?

Se representa la situación anterior con una imagen.



Se aplica el teorema de Euclides referido a los catetos:

$$16^2 = 20q \Rightarrow 256 = 20q$$

$$12^2 = 20p \Rightarrow 144 = 20p$$

Luego, se despejan q y p:

$$q = \frac{256}{20} \text{ cm} = 12,8 \text{ cm} \quad p = \frac{144}{20} \text{ cm} = 7,2 \text{ cm}$$

Por lo tanto, las medidas de las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa son 12,8 cm y 7,2 cm, respectivamente.

Finalmente, para calcular el valor de  $h_c$  se aplica el teorema de Euclides referido a la altura:

$$h_c^2 = pq \quad \rightarrow \text{Se remplazan por los valores de p y q.}$$

$$h_c^2 = 12,8 \cdot 7,2 \quad \rightarrow \text{Se resuelve la multiplicación.}$$

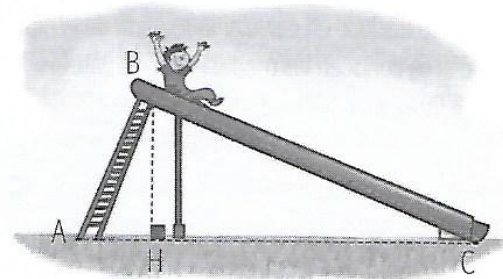
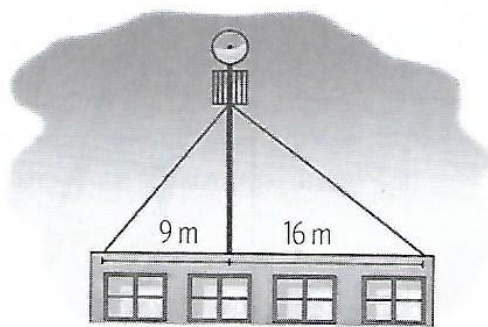
$$h_c^2 = 92,16 \quad \rightarrow \text{Se aplica raíz cuadrada.}$$

$$h_c = \sqrt{92,16} \text{ cm} = 9,6 \text{ cm}$$

Por lo tanto, la altura  $h_c$  del triángulo mide 9,6 cm.

Desarrollar los siguientes ejercicios siguiendo las indicaciones dadas en las instrucciones.

- En un rectángulo ABCD se traza desde el vértice A la perpendicular a la diagonal  $\overline{BD}$ . Sabiendo que la diagonal queda dividida en dos segmentos que miden 4 cm y 9 cm, determina las medidas de los lados del rectángulo.
- La medida de la diagonal de un rectángulo es 34 cm y sus lados están en la razón 15 : 8. Determina el área del rectángulo.
- En un triángulo rectángulo, una altura corta a la hipotenusa, y define dos segmentos de longitudes 25 cm y 4 cm. Halla la longitud de la altura.
- Halla la longitud de los cables que sostienen la antena si entre ellos forman un ángulo recto.
- Una parcela de forma rectangular que mide 150 m de ancho y 250 m de largo es cruzada diagonalmente por un río. Su dueño necesita construir una casa en uno de los vértices del terreno además de un puente sobre el río. Si desea que el puente esté lo más cercano posible a su casa:
  - ¿En qué punto sobre el río lo construirá?
  - ¿A qué distancia de su casa estará el puente?
- Calcula la longitud del tobogán ( $m(\overline{BC})$ ) si  $CH : AH = 9 : 1$ ,  $m(\sphericalangle ABC) = 90^\circ$ , BH es altura y mide 3 m.



- Demuestra que en todo triángulo rectángulo de catetos  $a$  y  $b$  e hipotenusa  $c$  se cumplen las siguientes relaciones.
  - $a \cdot b = c \cdot h_c$
  - $\frac{1}{h_c^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$