



“EL SÍ DE LA FAMILIA MARIANISTA”

[Solucionario] Guía de ejercicios 03[b]  
IV<sup>tos</sup> Medios – Funciones y Procesos Infinitos

TEMA: INTRODUCCIÓN A SUCESIONES, PROGRESIONES Y RECURRENCIAS  
09 de abril, 2020

Nombre: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_

En esta Guía de Ejercicios, se desarrollarán los siguientes **Objetivos Fundamentales** correspondientes al curso *Funciones y Procesos Infinitos*:

**OF1.** *Los alumnos y las alumnas desarrollarán la capacidad de analizar, confrontar y construir estrategias personales para la resolución de problemas o desafíos que involucren funciones, relaciones entre geometría y progresiones.*

**OF2.** *Conocer y utilizar conceptos y lenguaje matemático asociados a modelación matemática y procesos infinitos.*

Coloque esta guía y el desarrollo (corcheteado) en su **portafolio** (carpeta). Recuerde que el portafolio en su conjunto representa una calificación al final del trimestre.

Si desea tener una idea del grado de desempeño en la resolución o desarrollo de la guía, puede utilizar la siguiente escala para asignar un puntaje en cada ejercicio solicitado:

**Escala de Evaluación:**

- 0 No logrado, insuficiente.** No hay comprensión del problema (ejercicio), ni de los conceptos o estrategias necesarios para su desarrollo. Lo entregado no corresponde a la respuesta solicitada, ni al nivel esperado. Comete demasiados errores conceptuales y de procedimiento. Prácticamente entrega la respuesta en blanco.
- 1 Básico.** Hay una comprensión superficial del problema (ejercicio). El desarrollo entregado relaciona algunos conceptos o estrategias necesarios para desarrollar la solución, pero no los integra en función de la respuesta esperada. Comete algunos errores, ya sea conceptuales o de procedimiento.
- 2 Medio.** Existe una comprensión suficiente del problema (ejercicio) y su respuesta. Evidencia manejo de conceptos y estrategias que permitirían finalizar la solución, pese a que no termina adecuadamente. No comete errores conceptuales, quizás algunos procedimentales.
- 3 Logrado.** Lo entregado permite evidenciar competencias matemáticas esperadas para la resolución del problema o ejercicio. Finaliza satisfactoriamente, o está muy próximo a hacerlo.

## SOLUCIONARIO

1. Resuelva los siguientes ejercicios relativos a **progresiones geométricas**:

- (a) Determine los primeros cinco elementos y el décimo elemento de una P.G. que tiene a 64 como primer término y  $-\frac{1}{2}$  como razón común.
- (b) Encontrar el sexto término de la P.G. que tiene como primeros dos términos a 8 y 12.
- (c) Si el tercer término de una P.G. es 5, y el sexto es  $-40$ , encuentre el octavo término.
- (d) Determine el valor de la suma

$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^9 + 2^{10}.$$

**Solución:**

- (a) Si  $(a_n)$  es la PG de comienzo  $a_1 = 64$  y razón  $r = -\frac{1}{2}$ , entonces  $a_2 = -32$ ,  $a_3 = 16$ ,  $a_4 = -8$ ,  $a_5 = 4$ ,  $a_{10} = -\frac{1}{8}$ .
- (b) Si  $(b_n)$  es la PG tal que  $b_1 = 8$  y  $b_2 = 12$ , entonces la razón común es  $r = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$ . Por tanto,  $b_6 = b_1 r^5 = 8 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^5 = \frac{243}{4} = 60,75$ .
- (c) Se puede determinar la razón común de esta PG, siendo  $r = -2$ . Por tanto, el octavo término será  $-160$ .
- (d) El valor de la suma (*serie geométrica*) es  $2^{11} - 1 = 2047$ .

■

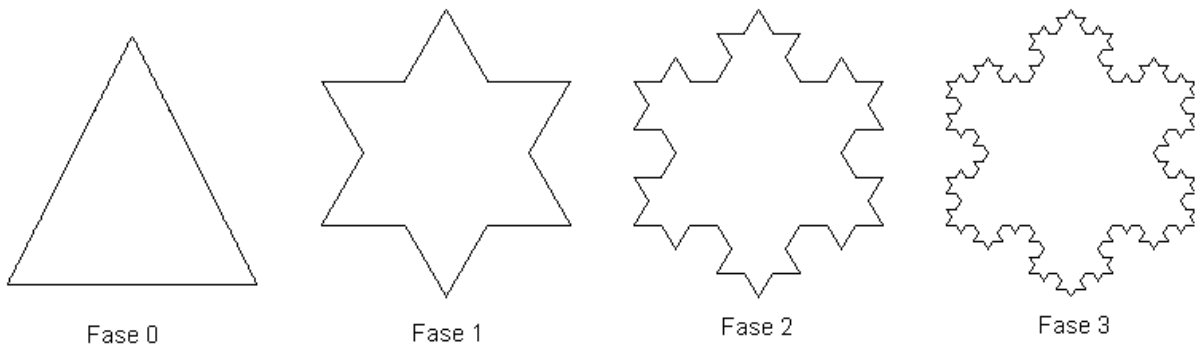
2. Una bomba de vacío saca la mitad del aire de un recipiente con cada movimiento producido. ¿Qué porcentaje de la cantidad original de aire permanece en el recipiente después de 10 movimientos?

**Solución:** 0,098 %

■

3. Investigue sobre el **copo de nieve de Koch**, y construya (dibuje) uno hasta la tercera iteración, comenzando con un triángulo equilátero de lado 12. ¿Cuál es el perímetro de la figura final obtenida luego de la tercera iteración? Puede revisar <https://bit.ly/34z2DQt>

**Solución:** La siguiente imagen es obtenida del sitio <https://bit.ly/2W25ui3>



El perímetro final de la figura de la tercera iteración será  $3 \cdot 12 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^3 = 64$  cm.

■

4. Considere la sucesión  $(a_n)$  definida por recurrencia como  $a_n = \frac{1}{2}a_{n-1} + 4$ , con  $a_1 = 20$

- (a) Calcule los primeros cinco elementos de esta recurrencia.

(b) ¿Cuál es el valor de  $a_{100}$ ? Determine una expresión algebraica para el término general  $a_n$ .

(c) ¿Es convergente esta recurrencia? ¿Cuál sería el límite en este caso? Justifique.

**Solución:**

(a) Se tiene que  $a_1 = 20$ ,  $a_2 = 14$ ,  $a_3 = 11$ ,  $a_4 = \frac{19}{2} = 9,5$  y  $a_5 = \frac{35}{4} = 8,75$ .

(b) Utilizando técnicas de recurrencia, se obtiene que  $a_n = 12\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} + 8$ , y por tanto  $a_{100} = 12\left(\frac{1}{2}\right)^{99} + 8$ .

(c) Mientras más grande sea  $n$ , se observa que  $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$  es cada vez más pequeño, casi cero; por tanto,  $a_n$  cada vez tiende a parecerse al valor 8, que corresponde a su límite.

