FUNDACIÓN CHAMINADE
Colegio Parroquial
de San Miguel
Departamento de Matemática

"EL SÍ DE LA FAMILIA MARIANISTA"

[Solucionario] Guía de ejercicios 03[b]
III$^{\text{ros}}$ Medios – Matemática

Tema: Números Complejos
09 de abril, 2020

Nombre: ______________________________ **Curso:** _____

En esta Guía de Ejercicios, se desarrollarán los siguientes **Objetivos de Aprendizajes** correspondiente a la Unidad 1:

CyC OA01. *Resolver problemas de adición, sustracción, multiplicación y división de números complejos C, en forma pictórica, simbólica y con uso de herramientas tecnológicas.*

Hab OA(b) *Resolver problemas que impliquen variar algunos parámetros en el modelo utilizado y observar cómo eso influye en los resultados obtenidos.*

Hab OA(d) *Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones, para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados.*

Hab OA(j) *Desarrollar un trabajo colaborativo en línea para discusión y resolución de tareas matemáticas, usando herramientas electrónicas de productividad, entornos virtuales y redes sociales.*

Coloque esta guía y el desarrollo (corcheteado) en su **portafolio** (carpeta). Recuerde que el portafolio en su conjunto representa una calificación al final del trimestre.

Ejercicios y problemas.

En la anterior Guía 03[a], se desarrollaron problemas y ejercicios relativos a suma, resta, multiplicación, y conjugación de números complejos. En esta Guía se realizarán problemas y ejercicios relativos a división y potencias de números complejos (incluyendo las tres otras operaciones básicas), valor absoluto y transformación a coordenadas polares.

Si desea tener una idea del grado de desempeño en la resolución o desarrollo de la guía, puede utilizar la siguiente escala para asignar un puntaje en cada ejercicio solicitado:

Escala de Evaluación:

0 No logrado, insuficiente. No hay comprensión del problema (ejercicio), ni de los conceptos o estrategias necesarios para su desarrollo. Lo entregado no corresponde a la respuesta solicitada, ni al nivel esperado. Comete demasiados errores conceptuales y de procedimiento. Prácticamente entrega la respuesta en blanco.

1 Básico. Hay una comprensión superficial del problema (ejercicio). El desarrollo entregado relaciona algunos conceptos o estrategias necesarios para desarrollar la solución, pero no los integra en función de la respuesta esperada. Comete algunos errores, ya sea conceptuales o de procedimiento.

2 Medio. Existe una comprensión suficiente del problema (ejercicio) y su respuesta. Evidencia manejo de conceptos y estrategias que permitirían finalizar la solución, pese a que no termina adecuadamente. No comete errores conceptuales, quizás algunos procedimentales.

3 Logrado. Lo entregado permite evidenciar competencias matemáticas esperadas para la resolución del problema o ejercicio. Finaliza satisfactoriamente, o está muy próximo a hacerlo.

SOLUCIONARIO

1. Describa con sus palabras qué son las **coordenadas polares** de un número complejo (forma polar de un complejo). Indique un procedimiento que permita transformar un número complejo escrito en forma binomial o cartesiana en forma polar, y viceversa (de polar a cartesiana).

Solución: Las *coordenadas polares* de un número complejo z corresponden a los valores r y α, con $r > 0$, que nos indican qué tan lejos está el complejo z del origen, y en qué dirección respecto del eje real positivo. Dichos valores se denominan *módulo* para r (distancia desde el origen), y *argumento* para el ángulo α. Coloquialmente hablando, son las coordenadas que nos permiten ubicar a z en el plano complejo como si lo estuviéramos viendo con una pantalla de radar.
Si $z \in \mathbb{C}$, con

$$z = \underbrace{a + ib}_{\text{binomial}} = \underbrace{(a, b)}_{\text{cartesiana}} = \underbrace{(r, \alpha)_P}_{\text{polar}}$$

entonces se cumple que

1) Para pasar de polar a cartesiana, $z = (r, \alpha)_P$ a $z = (a, b)$:

$$a = r\cos(\alpha),$$
$$b = r\,\mathrm{sen}(\alpha)$$

2) Para pasar de cartesiana a polar, $z = (a, b)$ a $z = (r, \alpha)_P$:

$$r = \sqrt{a^2 + b^2},$$
$$\alpha = \mathrm{tg}^{-1}(\frac{b}{a}),$$

cuando $a \neq 0$. Si $a = 0$, entonces $\alpha = 90°$ o bien $\alpha = 270°$ dependiendo del signo de la parte imaginaria.

■

2. Transforme a coordenadas polares los siguientes números complejos. Grafique en el plano:

(a) $1 + i$
(b) $-1 + i$
(c) $2i$
(d) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$
(e) $-5 - 5i$
(f) $1 + 4i$
(g) $-5 + i$

Solución:

(a) $1 + i = (\sqrt{2}, 45°)_P$, I cuadrante
(b) $-1 + i = (\sqrt{2}, 135°)_P$, II cuadrante
(c) $2i = (2, 90°)_P$, sobre el eje imaginario positivo
(d) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = (1, 60°)_P$, I cuadrante
(e) $-5 - 5i = (5\sqrt{2}, 225°)_P$, III cuadrante
(f) $1 + 4i = (\sqrt{17}; 75,96°)_P$, I cuadrante
(g) $-5 + i = (\sqrt{26}; 168,69°)_P$, II cuadrante

3. **3.** Resuelva y desarrolle los siguientes ejercicios. Justifique adecuadamente (recuerde respetar el orden en las operaciones):

(a) $(5+2i)\cdot i-(1+i):i$

(b) $(3+4i):(1+i)$

(c) $\dfrac{(2+i)\cdot(3-2i)}{2-i}$

(d) $|(-4+i)\cdot(1-2i)|$

(e) $(1-4i)-\dfrac{3+2i}{1-i}$

Solución:

(a) $-3+6i$

(b) $\dfrac{7}{2}+\dfrac{1}{2}i$

(c) $\dfrac{17}{5}+\dfrac{6}{5}i$

(d) $\sqrt{85}$

(e) $\dfrac{1}{2}-\dfrac{13}{2}i$

■

4. Considere el número complejo $z=5+2i$. Ubíquelo en el plano de Argand, y a continuación multiplique z por el complejo i. Ubíquelo también en el plano. ¿Qué puede concluir a partir de lo anterior? Investigue y argumente. ¿Qué ocurre si en vez de multiplicar por i se divide por i? Justifique.

Solución: Al multiplicar el complejo $z=5+2i$ por i, se obtiene el nuevo complejo $z_1=-2+5i$, que corresponde a una **rotación en 90°** (sentido positivo, anti–horario) con centro en el origen de coordenadas.
Análogamente, al dividir por el complejo i, se obtiene un nuevo número complejo que corresponde a una rotación en 90° en sentido negativo (sentido horario). ■

Referencia: Texto del Estudiante, 3°–4° Medio (SM), páginas 83 a 99.