Guía de Aprendizaje N° 2 III° Medio Electivo Límites…

ACTIVIDAD PORTAFOLIO N°2

Curso: III° Medio A y B ELECTIVO LÍMITES, DERIVADAS E INTEGRALES

Objetivos de Aprendizaje: Aplican diversos métodos de factorización y manejo algebraico para operar con fracciones algebraicas

Tema: Operatoria con fracciones algebraicas (Multiplicación y división de fracciones algebraicas)

Instrucciones: La guía que verás a continuación tiene el carácter de teórico- práctica por eso su extensión. Ella nos permitirá avanzar a pesar de no estar reunidos presencialmente. Por esta razón te animo a realizar la lectura comprensiva de ella y, en la medida que vayas comprendiendo los ejemplos, puedas realizar los ejercicios que se plantean.

La idea es que puedas desarrollar los ejercicios propuestos en hojas cuadriculadas en el mismo orden en que están planteados para luego adjuntar a nuestro "portafolio" como segunda actividad.

Evaluación: Al volver a clases les pido presentar su actividad en el formato que les expliqué. Una carpeta con el trabajo adjunto para su revisión y calificación. Esta será la segunda nota de nuestro portafolio y el desarrollo de los ejercicios aportará en el estudio personal para la primera nota de este trimestre

Manos a la obra…..

Continuaremos ahora con las operaciones Multiplicación y División de fracciones algebraicas

Multiplicación

Al igual que en la multiplicación de fracciones en aritmética, ésta se hace de forma horizontal, es decir, numerador por numerador y denominador por denominador. Veamos un ejemplo donde desarrollamos esta idea:

Ejemplo

Simplificar $\frac{2a^3}{3b} \times \frac{6b^2}{4a}$

Solución: Multiplicamos los numeradores, denominadores y luego simplificamos:

$$\begin{aligned} \frac{2a^3}{3b} \times \frac{6b^2}{4a} &= \frac{(2a^3)(6b^2)}{(3b)(4a)} \\ &= \frac{12a^2b}{12} \\ &= a^2b \end{aligned}$$

Es recomendable hacer todas las simplificaciones posibles y luego multiplicar.

De manera general, la multiplicación de dos fracciones es:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot b}{c \cdot c}$$

Ejercicios

Simplificar las siguientes multiplicaciones:

1. $\frac{4a}{3b^3} \times \frac{3b^3}{5a^2}$
2. $\frac{x^2y2}{9} \times \frac{18y^2}{4xy^4}$
3. $\frac{5}{a} \times \frac{3b}{10}$
4. $\frac{5x+25}{14} \times \frac{10x+10}{5x+50}$
5. $\frac{x-1}{x^2-1} \times \frac{x^2+2x+1}{x+1}$
6. $\frac{x^2y}{10} \times \frac{4y^3}{7m^3} \times \frac{14m^2}{5x^5}$
7. $\frac{2a-2}{2a^2-50} \times \frac{1-a}{a+1} \times \frac{a^2-4a-5}{3a+3}$

En algunos casos nos enfrentaremos con la necesidad de multiplicar expresiones **mixtas**. En tal situación es recomendable reducir las expresiones mixtas a fracciones y luego multiplicarlas. Veamos el ejemplo:

✎ *Ejemplo*

Simplifica el resultado de $\left(a+\frac{a}{b}\right)\left(a-\frac{a}{b+1}\right)$

Solución: Primero escribimos las expresiones mixtas como una única fracción.

$$\begin{aligned}\left(a+\frac{a}{b}\right)\left(a-\frac{a}{b+1}\right) &= \left(\frac{ab+a}{b}\right)\left(\frac{a(b+1)-a}{b+1}\right)\\ &= \left(\frac{ab+a}{b}\right)\left(\frac{ab+a-a}{b+1}\right)\\ &= \left(\frac{ab+a}{b}\right)\left(\frac{ab}{b+1}\right)\end{aligned}$$

Ahora realizamos la multiplicación y simplificación.

$$\begin{aligned}\left(\frac{ab+a}{b}\right)\left(\frac{ab}{b+1}\right) &= \frac{(ab+a)ab}{b(b+1)}\\ &= \frac{(ab+a)a}{b+1}\\ &= \frac{a^2b+a^2}{b+1}\\ &= \frac{a^2(b+1)}{b+1}\\ &= a^2\end{aligned}$$

Veamos lo que sucede si en el ejercicio anterior hubiésemos factorizado y simplificado antes de multiplicar.

$$\begin{aligned}\left(\frac{ab+a}{b}\right)\left(\frac{ab}{(b+1)}\right) &= \left(\frac{a(b+1)}{b}\right)\left(\frac{ab}{(b+1)}\right)\\ &= \left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{ab}{1}\right)\\ &= a^2\end{aligned}$$

Ejercicios

Simplifica las siguientes multiplicaciones:

1. $\left(1-\dfrac{x}{a+x}\right)\left(1+\dfrac{x}{a}\right)$
2. $\left(a+\dfrac{a}{b}\right)\left(\dfrac{a}{b}-a\right)$
3. $\left(x+2-\dfrac{12}{x+1}\right)\left(x-2+\dfrac{10-3x}{x+5}\right)$
4. $\left(1+\dfrac{x}{y}\right)\left(x-\dfrac{x^2}{x+y}\right)$
5. $\left(2+\dfrac{2}{x+2}\right)\left(1+\dfrac{2}{x}\right)$
6. $\left(a+3-\dfrac{5}{a-1}\right)\left(a-2+\dfrac{5}{a+4}\right)$

División

La división de dos fracciones puede entenderse como el producto entre el dividendo y el inverso multiplicativo del divisor. Por lo tanto después de escribir la división como producto del dividendo y el divisor invertido, sólo tenemos que usar todo lo visto para la multiplicación de expresiones algebraicas fraccionarias.

La división de $\dfrac{a}{b}$ y $\dfrac{c}{d}$ es:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

Las divisiones pueden entenderse como fracciones, entonces:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}$$

*El **numerador del cociente** es la multiplicación de los extremos y, el **denominador del cociente** es el producto de los medios.*

Notemos que las fracciones y las divisiones son dos maneras de decir lo mismo, es decir, una fracción es la representación del cociente de dos cantidades y a su vez la división puede reescribirse como una fracción donde el numerador es el dividendo y el denominador es el divisor. Aunque suene trivial esta relación es realmente importante considerarla siempre, ya que nos permite tener diferentes maneras de abordar un mismo problema.

Ejemplo

1. *Simplificar* $\dfrac{5m^2}{7n^3} \div \dfrac{10m^4}{14an^4}$

Solución: Reescribimos la división como multiplicación:

$$\frac{5m^2}{7n^3} \div \frac{10m^4}{14an^4} = \frac{5m^2}{7n^3} \cdot \frac{14an^4}{10m^4}$$

Ahora simplificamos y luego multiplicamos:

$$\begin{aligned}\frac{5m^2}{7n^3}\cdot\frac{14an^4}{10m^4} &= \frac{5m^2}{7n^3}\cdot\frac{14an^4}{10m^4}\\ &= \frac{m^2}{n^3}\cdot\frac{an^4}{m^4}\\ &= \frac{1}{1}\cdot\frac{an}{m^2}\\ &= \frac{an}{m^2}\end{aligned}$$

2. *Reduce la expresión* $\dfrac{ax^2+5}{4a^2-1} \div \dfrac{a^3x^2+5a^2}{2a-1}$

Solución: Debemos factorizar los numeradores y denominadores para poder simplificar

$$\begin{aligned}\frac{ax^2+5}{4a^2-1} \div \frac{a^3x^2+5a^2}{2a-1} &= \frac{ax^2+5}{4a^2-1}\cdot\frac{2a-1}{a^3x^2+5a^2}\\ &= \frac{ax^2+5}{(2a+1)(2a-1)}\cdot\frac{2a-1}{a^2(ax^2+5)}\\ &= \frac{1}{2a+1}\cdot\frac{1}{a^2}\\ &= \frac{1}{a^2(2a+1)}\end{aligned}$$

✍ *Ejercicios*

Simplifica las siguientes expresiones:

1. $\dfrac{4a^2}{3b^2} \div \dfrac{2ax}{9b^2}$
2. $\dfrac{3a^3b^2}{10x^2} \div \dfrac{a^2}{b^3}$
3. $\dfrac{x-1}{9} \div \dfrac{2x-2}{21}$
4. $\dfrac{1}{6a^2x^3} \div \dfrac{3}{ax^2}$
5. $\dfrac{1}{a^2-a-30} \div \dfrac{2}{a^2+a-42}$
6. $\dfrac{a^2-b^2}{x^2+2x+1} \div \dfrac{x+1}{a-b}$