



“EL SÍ DE LA FAMILIA MARIANISTA”

## UNIDAD 0 - Guía de ejercicios 02 I<sup>ros</sup> MEDIOS AB

Temas: Transformaciones isométricas - Medidas de posición - Principio multiplicativo

31 de marzo, 2020

Nombre: \_\_\_\_\_

En esta Guía de Ejercicios, se desarrollarán los siguientes **Objetivos de Aprendizajes** correspondientes a la Unidad 0 (año anterior):

- OA13.** Describir la posición y el movimiento (traslaciones, rotaciones y reflexiones) de figuras 2D, de manera manual y/o con software educativo, utilizando:
- Los vectores para la traslación.
  - Los ejes del plano cartesiano como ejes de reflexión.
  - Los puntos del plano para las rotaciones.
- OA14.** Componer rotaciones, traslaciones y reflexiones en el plano cartesiano y en el espacio, de manera manual y/o con software educativo, y aplicar a la simetría de polígonos y poliedros y a la resolución de problemas geométricos relacionados con el arte.
- OA15.** Mostrar que comprenden las medidas de posición, percentiles y cuartiles:
- Identificando la población que está sobre o bajo el percentil.
  - Representándolas con diagramas, incluyendo el diagrama de cajón, de manera manual y/o con software educativo.
  - Utilizándolas para comparar poblaciones.
- OA16.** Evaluar la forma en que los datos están presentados:
- Comparando la información de los mismos datos representada en distintos tipos de gráficos para determinar fortalezas y debilidades de cada uno.
  - Justificando la elección del gráfico para una determinada situación y su correspondiente conjunto de datos.
  - Detectando manipulaciones de gráficos para representar datos.
- OA17.** Explicar el principio combinatorio multiplicativo:
- A partir de situaciones concretas.
  - Representándolo con tablas y árboles regulares, de manera manual y/o con software educativo.
  - Utilizándolo para calcular la probabilidad de un evento compuesto.

Coloque esta guía y el desarrollo (corcheteado) en su **portafolio** (carpeta). Recuerde que el portafolio en su conjunto representa una calificación al final del trimestre.

Si desea tener una idea del grado de desempeño en la resolución o desarrollo de la guía, puede utilizar la siguiente escala para asignar un puntaje en cada ejercicio solicitado:

### Escala de Evaluación:

- 0 No logrado, insuficiente.** No hay comprensión del problema (ejercicio), ni de los conceptos o estrategias necesarios para su desarrollo. Lo entregado no corresponde a la respuesta solicitada, ni al nivel esperado. Comete demasiados errores conceptuales y de procedimiento. Prácticamente entrega la respuesta en blanco.
- 1 Básico.** Hay una comprensión superficial del problema (ejercicio). El desarrollo entregado relaciona algunos conceptos o estrategias necesarios para desarrollar la solución, pero no los integra en función de la respuesta esperada. Comete algunos errores, ya sea conceptuales o de procedimiento.
- 2 Medio.** Existe una comprensión suficiente del problema (ejercicio) y su respuesta. Evidencia manejo de conceptos y estrategias que permitirían finalizar la solución, pese a que no termina adecuadamente. No comete errores conceptuales, quizás algunos procedimentales.
- 3 Logrado.** Lo entregado permite evidenciar competencias matemáticas esperadas para la resolución del problema o ejercicio. Finaliza satisfactoriamente, o está muy próximo a hacerlo.

## SOLUCIONARIO

1. Copia (o bien pega) en tu cuaderno los **esquemas** que aparecen al final de esta guía.
2. ¿Qué es una **transformación isométrica**? Investiga y describe brevemente la **traslación** (y lo que es un *vector* en el plano), la **rotación** y la **reflexión**.

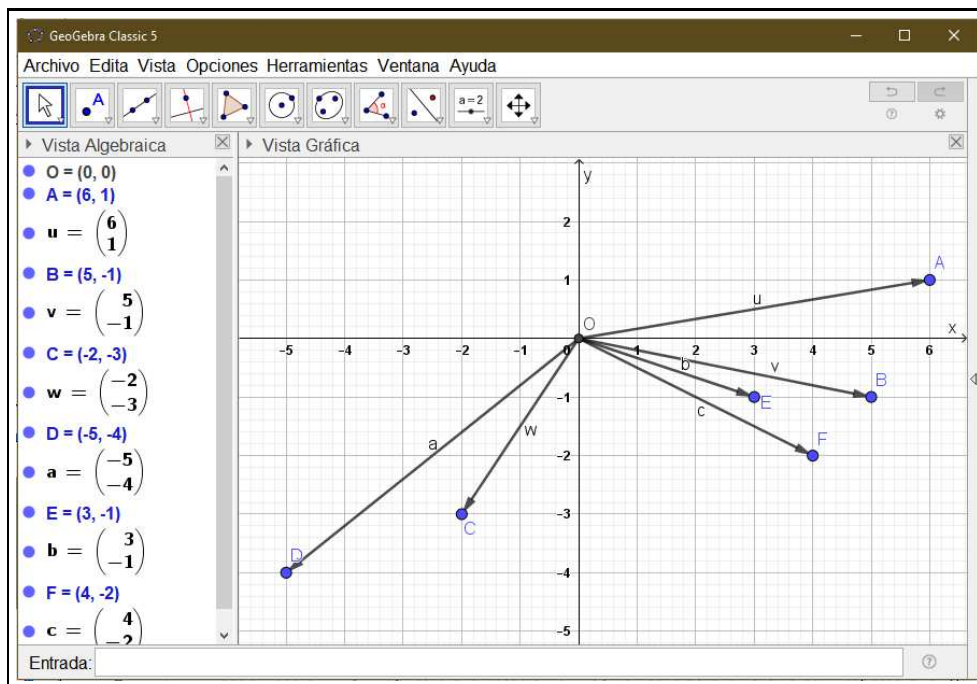
**Solución:** Una *transformación isométrica* es cualquier acción que modifica figuras del plano, llevándolas a otra figura idéntica a la original (cambiando su posición, o su orientación, pero dejando intacto su tamaño y forma). Las transformaciones isométricas básicas en el plano son la traslación, la rotación y la reflexión o simetría axial. Una *traslación* tal como su nombre lo indica, mueve o empuja una figura, la traslada sin cambiar su orientación. Esto se indica mediante un *vector*, que gráficamente es una flecha que indica cuánto se ha movido la figura original según eje horizontal y según eje vertical.

Una *rotación* es un giro. Para ello, necesitamos fijar un punto del plano para utilizarlo como centro de giro, a la vez que debemos indicar un ángulo de rotación (anti-horario es positivo, en sentido horario es negativo).

La *reflexión* o simetría axial es aquel movimiento o transformación que utiliza una línea recta como si fuera un espejo y el resultado es una figura idéntica a la original, solo que con la orientación cambiada. ■

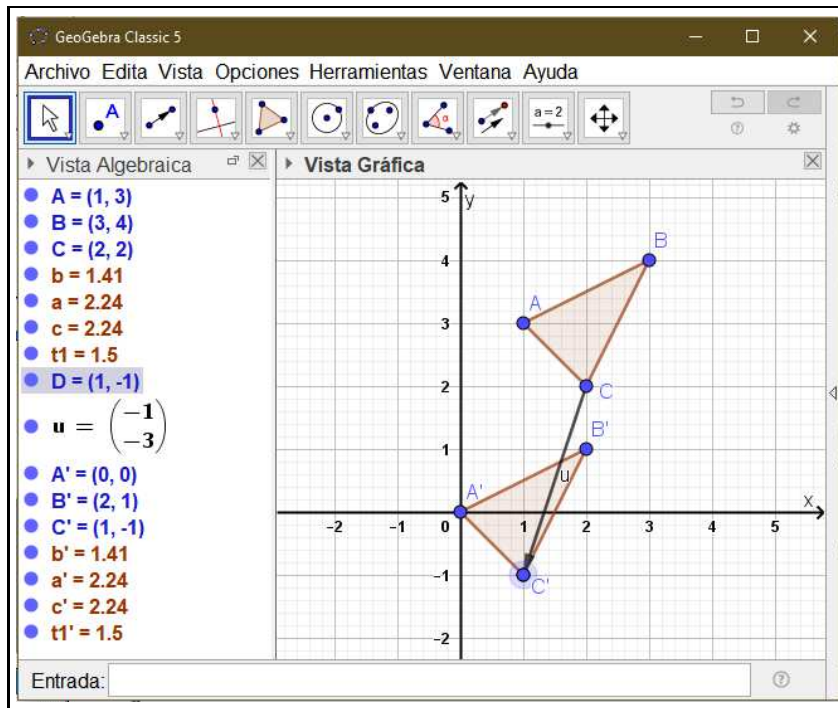
3. Construye un plano cartesiano, y en él ubica los siguientes vectores:  $A(6, 1)$ ,  $B(5, -1)$ ,  $C(-2, -3)$ ,  $D(-5, -4)$ ,  $E(3, -1)$  y  $F(4, -2)$ .

**Solución:** Utilizando el programa ©GeoGebra, podemos representar gráficamente los vectores señalados:



4. Se ha trasladado el triángulo de vértices  $A(1, 3)$ ,  $B(3, 4)$  y  $C(2, 2)$  y la imagen del vértice  $C$  es el punto  $C'(1, -1)$ .
  - (a) ¿Cuáles son las coordenadas del vector que define la traslación?
  - (b) Determina las coordenadas de los vértices  $A'$  y  $B'$ .

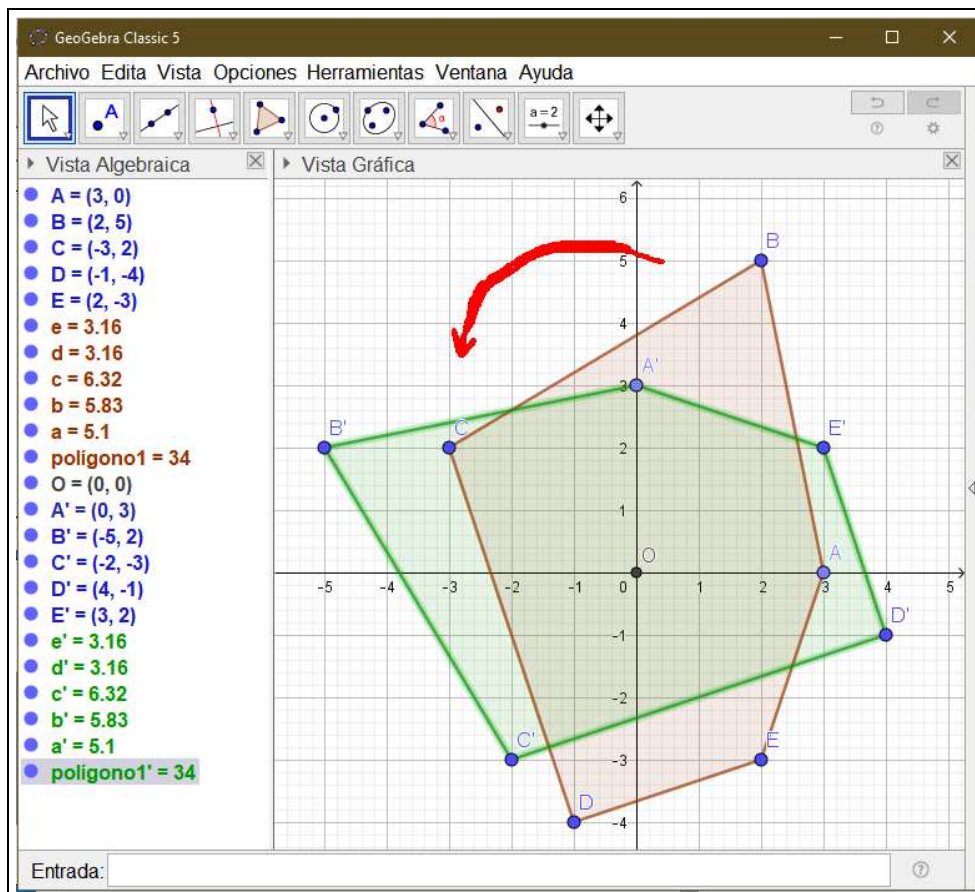
**Solución:** Utilizando el programa ©GeoGebra, podemos representar gráficamente la situación planteada:



Se observa que el vector de traslación (la flecha negra que va desde  $C$  hasta  $C'$ ) está definido como  $\vec{u} = (-1, -3)$ , y que las coordenadas de los vértices  $A'$  y  $B'$  son  $A'(0,0)$  y  $B(2,1)$ . ■

5. Un pentágono tiene como vértices los puntos  $A(3,0)$ ,  $B(2,5)$ ,  $C(-3,2)$ ,  $D(-1,-4)$  y  $E(2,-3)$  en el plano cartesiano. Encuentra las coordenadas de los vértices de su imagen si lo rotamos con centro en el origen y ángulo de  $90^\circ$ . Realiza un dibujo de la situación descrita.

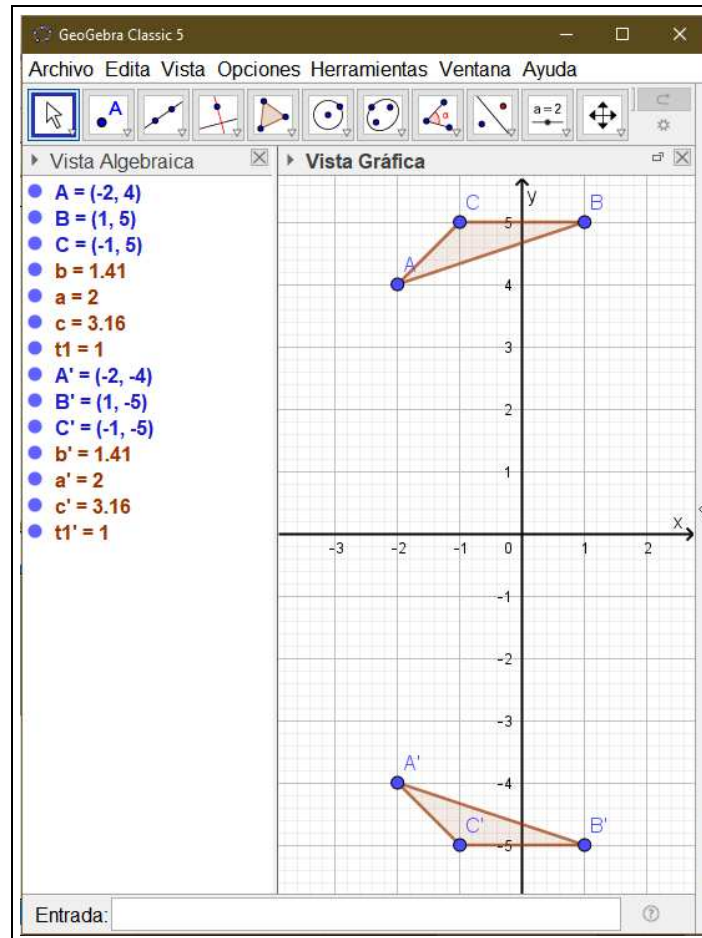
**Solución:** Graficamos la situación descrita en el programa ©GeoGebra, obteniendo lo siguiente:



Se tiene que las nuevas coordenadas son  $A'(0, 3)$ ,  $B'(-5, 2)$ ,  $C'(-2, -3)$ ,  $D'(4, -1)$  y  $E'(3, 2)$ . Podemos deducir que si un punto  $P(a, b)$  es rotado en  $90^\circ$  con centro de giro en el origen, entonces sus nuevas coordenadas serán  $P(-b, a)$ ; es decir, se intercambian de lugar la primera con la segunda coordenada, y se le cambia el signo a quien esté en la primera posición. ■

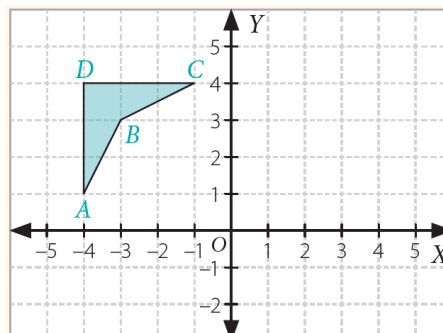
6. Un triángulo tiene por vértices los puntos  $A(-2, 4)$ ,  $B(1, 5)$  y  $C(-1, 5)$ . ¿Cuáles son las coordenadas del  $\triangle A'B'C'$  si corresponde a una simetría axial con eje en el eje  $X$ ? Realiza un dibujo que represente la situación descrita.

**Solución:** Utilizando el programa ©GeoGebra, podemos representar gráficamente la situación planteada:

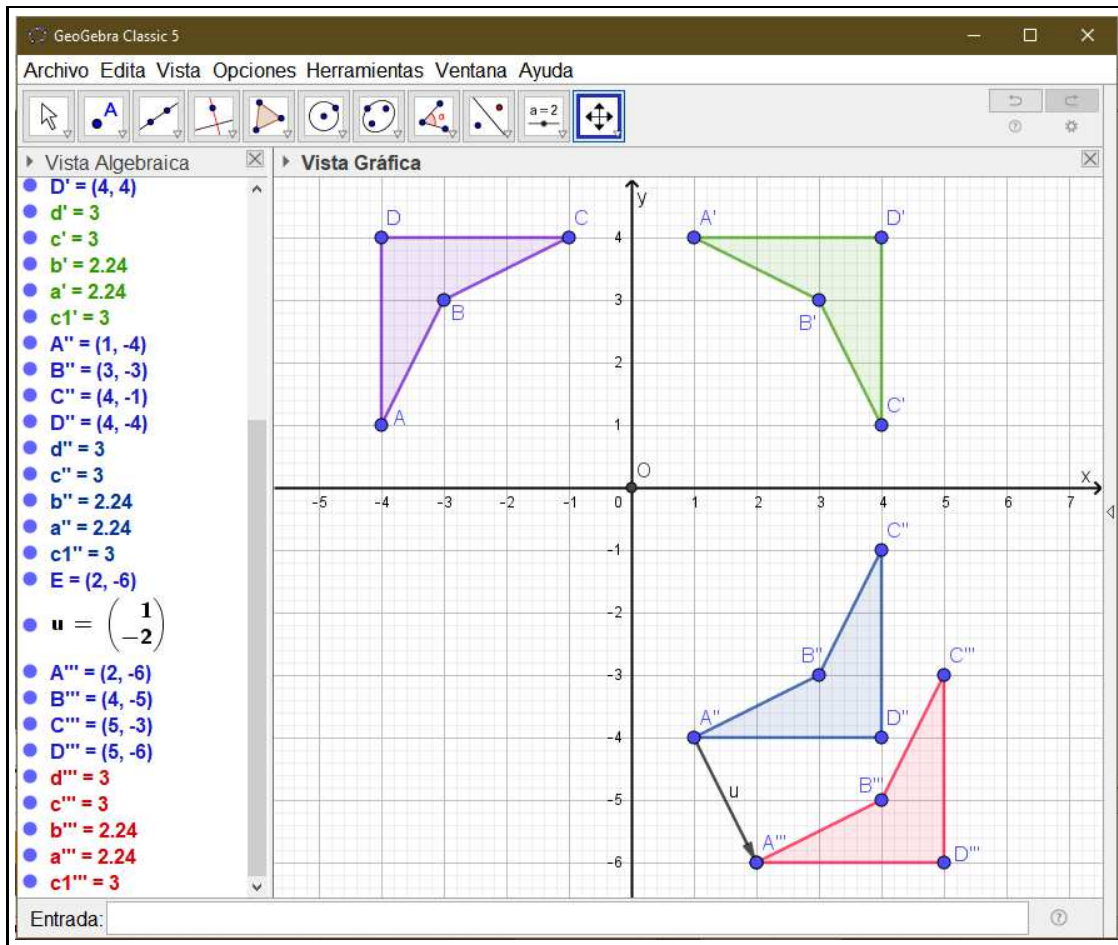


Se observa que las coordenadas del nuevo triángulo son  $A'(-2, -4)$ ,  $B'(1, -5)$  y  $C'(-1, -5)$ ; es decir, se mantiene la primera coordenada de cada par ordenado, y se le cambia el signo (en este caso pasan de positivo a negativo) a la segunda coordenada. ■

7. Al cuadrilátero  $ABCD$  aplíquese una rotación en  $270^\circ$  en sentido antihorario con respecto al origen; a su imagen, aplíquese una reflexión con respecto al eje  $X$ , y al resultado de esta reflexión aplíquese una traslación con respecto al vector  $\vec{v} = (1, -2)$ .

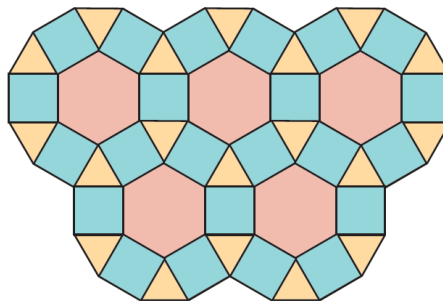


**Solución:** Graficamos la situación descrita en el programa ©GeoGebra, obteniendo lo siguiente:



En color morado se identifica a la figura original, el cuadrilátero  $ABCD$ . En color verde el resultado de la primera acción, que es la rotación en  $270^\circ$  en torno al origen. Esta transformación es la misma que una rotación de  $90^\circ$  en sentido horario. Luego, en azul se dibuja el resultado de reflejar la figura anterior con respecto al eje  $X$ , y por último en color rosado el resultado final, luego de trasladar en el vector  $\vec{v} = (1, -2)$  (aunque en el gráfico aparece como  $u$ ). La nueva figura es  $A'''B'''C'''D'''$ . ■

8. ¿Qué es una **teselación**? Averigua y describe brevemente. Observa la siguiente teselación y responde las preguntas.



- (a) ¿Qué figuras geométricas componen la teselación?  
 (b) ¿Por qué es posible realizar la teselación con esas figuras?

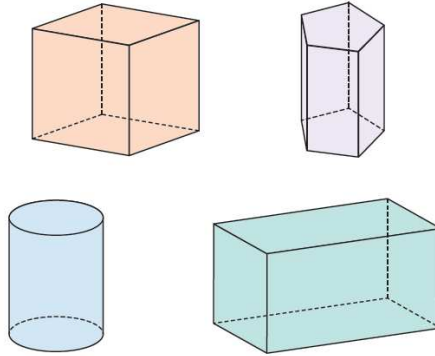
**Solución:** Una *teselación* (embaldosado, recubrimiento) es una regularidad o patrón de figuras que cubre completamente una superficie plana y que cumple con dos condiciones: que no queden espacios y que no se superpongan las figuras (que no se traslapan).

Las teselaciones se pueden crear usando transformaciones isométricas sobre una o varias figuras. La suma de los ángulos de las figuras que concurren a un vértice es  $360^\circ$ , como es el caso de la teselación mostrada en la figura anterior, ya que en cada vértice confluyen dos cuadrados, un triángulo equilátero y un hexágono. Por eso se tiene que queden

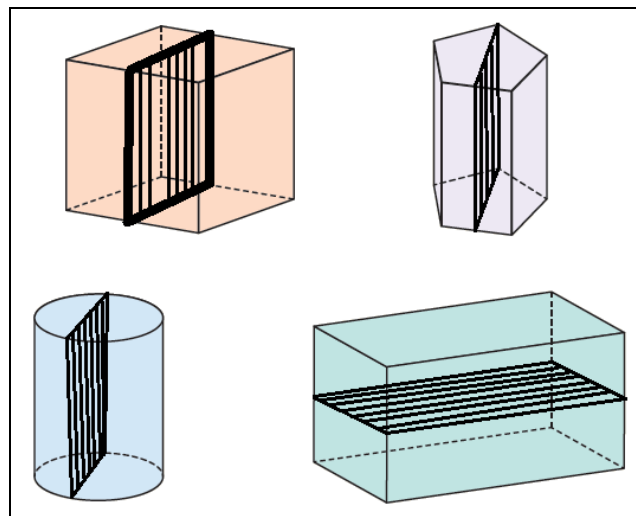
$$90^\circ \times 2 + 60^\circ + 120^\circ = 360^\circ,$$

con lo que es posible recubrir el plano con estas figuras en el patrón indicado. ■

9. Dibuja un plano de simetría en los siguientes cuerpos geométricos.



**Solución:** Si bien cada uno de los cuerpos representados en la figura anterior posee más de un plano de simetría, se indicará sólo uno por cada cuerpo:



10. Realiza una breve descripción de los siguientes gráficos utilizados habitualmente en estadística para representar datos: de barras, de líneas, circular (torta), histograma. ■

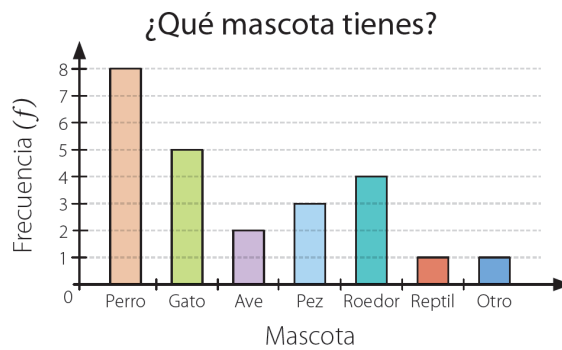
**Solución:** Un *gráfico de barra* se utiliza para comparar las frecuencias de variables estadísticas (cualitativas o cuantitativas).

Los *histogramas* son gráficos formados por barras contiguas, en que cada una representa un intervalo de valores. Sirve para expresar información sobre datos que están agrupados.

Los *gráficos de líneas* permiten representar variables cuantitativas que varían en el tiempo.

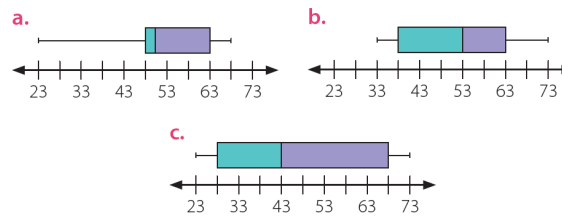
Los *gráficos circulares* (también llamados gráficos de torta) se emplean para mostrar información que se expresa en porcentajes o razones respecto de un total, que se representa por el círculo completo. La variable de estudio bien puede ser cualitativa o cuantitativa. ■

11. El gráfico representa las respuestas de un grupo de estudiantes a la siguiente pregunta: *¿Qué mascota tienes?*  
¿Cuántos estudiantes tienen como mascota un gato o un roedor?



**Solución:** De acuerdo al gráfico de barras anterior, 5 alumnos tienen por mascota un gato, y 4 estudiantes tienen por mascota un roedor.

12. Identifica en cada **diagrama de cajón** los valores del *primer cuartil*, el *tercer cuartil*, la *mediana*, el *rango intercuartil*, el dato menor y el dato mayor de la distribución de datos.



**Solución:** Para responder adecuadamente esta pregunta, revisemos la siguiente información:

■ **Aprende**

Para **construir un diagrama de cajón** se traza una recta graduada a partir de los datos y se construye un rectángulo (cajón) cuyos extremos deben estar ubicados sobre  $Q_1$  y  $Q_3$ . Así, la medida del largo de la caja es  $Q_3 - Q_1 = Ric$ , donde *Ric* corresponde al **recorrido intercuartil** o **rango intercuartil**, es decir, a la variabilidad de los datos con respecto a la mediana (*Me*).

Dentro del cajón se traza una línea vertical en el lugar de la mediana (*Me*); de esta manera, se divide el conjunto de datos en dos partes porcentualmente iguales. Luego, se trazan dos líneas, a ambos lados del cajón, desde sus extremos hasta los valores del dato menor y del mayor de la distribución.

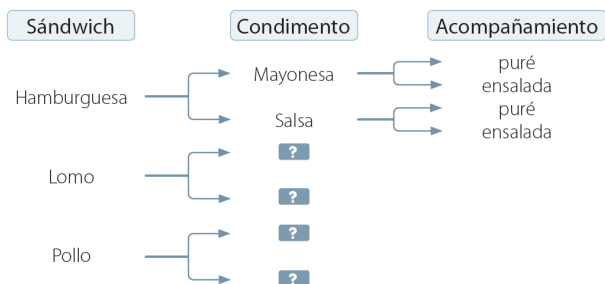


Al observar un diagrama de cajón es posible obtener conclusiones respecto de la distribución de la variable en estudio. Si uno de los cajones tiene mayor área, quiere decir que los datos que se ubican entre determinados cuartiles están más dispersos.

Con esta información, las respuestas para cada diagrama de cajón (o *gráfico de caja y bigote*) se resumen en la siguiente tabla:

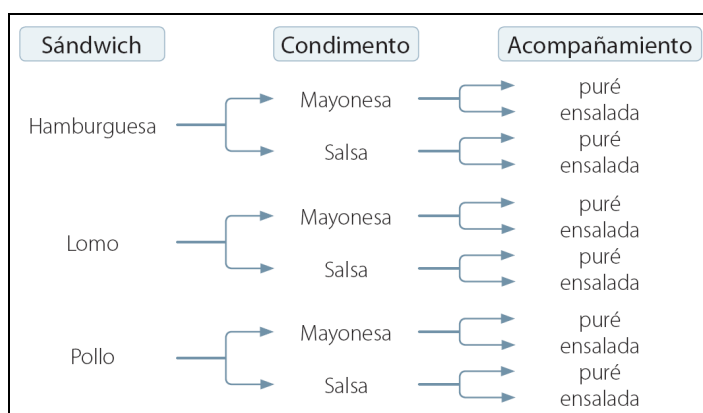
	Menor valor	Primer cuartil	Mediana	Tercer cuartil	Mayor valor	Rango intercuartil
(A)	23	48	50,5 aprox	63	68	15
(B)	33	38	53	63	73	25
(C)	23	28	43	68	73	40

13. En un restaurante se pueden armar distintos menús formados por un sándwich (proteína: hamburguesa, lomo o pollo), un condimento (mayonesa o salsa) y un acompañamiento (puré o ensalada).



- Completa el diagrama de árbol con todos los menús posibles.
- ¿Cuántos menús de los que escribiste tendrán puré como acompañamiento?
- ¿Cuántos menús tendrán mayonesa y puré?

**Solución:** Primero, completemos el diagrama de árbol para poder responder las siguientes preguntas:



Se observa que se podrán confeccionar 12 menús, de los cuales 6 tendrán puré como acompañamiento:

- Hamburguesa–Mayonesa–Puré
- Hamburguesa–Salsa–Puré
- Lomo–Mayonesa–Puré
- Lomo–Salsa–Puré
- Pollo–Mayonesa–Puré
- Pollo–Salsa–Puré

Finalmente, de los 12 menús, sólo 3 tendrán mayonesa y puré:

- Hamburguesa–Mayonesa–Puré
- Lomo–Mayonesa–Puré
- Pollo–Mayonesa–Puré

